

USO DE LA APLICACIÓN DESMOS Y EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN EDUCANDOS DE BACHILLERATO TÉCNICO

Carlos Bermeo Zamora
carlos.a.bermeo@unl.edu.ec
Universidad Nacional de Loja - Ecuador
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6532-7889>

Jonathan Alberto Machuca-Yaguana
jonathan.machuca@unl.edu.ec
Universidad Nacional de Loja - Ecuador
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3632-9348>

Recibido: 13/07/25
Aceptado: 20/08/25
Publicado: 01/09/25

RESUMEN

Esta investigación analiza la incidencia del uso de la aplicación Desmos en el aprendizaje de funciones trigonométricas entre alumnos de segundo curso de Bachillerato Técnico en la Unidad Educativa Siete de Octubre, en Quevedo, Ecuador. Se desarrolló mediante una metodología cuasiexperimental, con una muestra de 58 participantes divididos en dos grupos: uno de control, utilizando métodos tradicionales y otro experimental aplicando Desmos durante cuatro semanas. Los datos se analizaron mediante SPSS utilizando pruebas t de Student y análisis de ganancia normalizada de Hake. Los resultados evidencian efectividad equivalente en ambas aproximaciones pedagógicas. El grupo de control registró una progresión desde 4.76 hasta 7.03 puntos (+2.27 puntos), en tanto que el grupo experimental mostró avance de 5.03 a 6.87 puntos (+1.84 puntos) en una escala de 10. La comparación de las ganancias no mostró diferencias significativas entre ambas estrategias pedagógicas ($p = 0.672$), por lo que pueden considerarse comparables. En consecuencia, se establece que el factor determinante para el aprendizaje de funciones trigonométricas no reside en la presencia o ausencia de herramientas tecnológicas específicas, sino en la calidad, coherencia y profundidad de la planificación pedagógica. La investigación también reveló que diferentes tipos de contenidos trigonométricos se benefician de enfoques metodológicos específicos: los conceptos fundamentales y las transformaciones algebraicas mostraron mayor comprensión con métodos tradicionales que enfatizan la construcción paso a paso, mientras que la representación gráfica resultó efectiva con ambos enfoques.

Palabras clave: tecnología educativa, funciones trigonométricas, Desmos, diseño instruccional, bachillerato técnico.

THE USE OF DESMOS APPLICATION AND LEARNING OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS IN TECHNICAL HIGH SCHOOL STUDENTS

ABSTRACT

This research analyzes the influence of using the Desmos application on the learning of trigonometric functions among second-year students in the Technical Secondary Education program at the Siete de Octubre Educational Unit in Quevedo, Ecuador. It was developed using a quasi-experimental methodology with a sample of 58 participants organized into two groups: one control group using traditional methods and another experimental group applying Desmos for four weeks. The data were analyzed using SPSS with Student's t-tests and Hake's normalized gain analysis. The results show equivalent effectiveness in both pedagogical approaches: the control group registered a progression from 4.76 to 7.03 points (+2.27 points), while the experimental group showed an advance from 5.03 to 6.87 points (+1.84 points) on a scale of 10. The comparison of gains showed no significant differences between the two pedagogical strategies ($p = 0.672$), so they can be considered comparable. Consequently, it is established that the determining factor for learning trigonometric functions does not lie in the presence or absence of specific technological tools, but in the quality, coherence, and depth of pedagogical planning. The research also revealed that different types of trigonometric content benefit from specific methodological approaches: fundamental concepts and algebraic transformations showed greater understanding with traditional methods that emphasize step-by-step construction, while graphical representation was effective with both approaches.

Key words: educational technology, trigonometric functions, Desmos, instructional design, technical high school.

Correo principal para contacto: krlos1795@gmail.com

1. INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las funciones trigonométricas en el nivel de bachillerato constituye un desafío persistente y complejo, debido principalmente al carácter abstracto de estos contenidos y a las dificultades que los estudiantes experimentan al relacionar representaciones algebraicas, numéricas y gráficas. La trigonometría, además de ser una parte esencial del currículo de Matemática, representa un eje articulador del pensamiento matemático avanzado, ya que sus conceptos permiten modelar fenómenos periódicos presentes en la física, la ingeniería y diversas ciencias aplicadas. Sin embargo, la evidencia empírica demuestra que los estudiantes presentan dificultades tanto en la comprensión conceptual de las funciones trigonométricas como en la interpretación de sus transformaciones y gráficas (Aray Andrade et al., 2020).

En esta investigación, la variable dependiente, el aprendizaje de funciones trigonométricas, se concibe como un constructo multidimensional que integra la comprensión conceptual de las funciones seno, coseno y tangente; la habilidad de representar y analizar sus gráficas; y, finalmente, la capacidad de aplicar transformaciones amplitud, período, fase y desplazamientos en distintos contextos. Esta perspectiva se sustenta en los aportes de Duval (2017), quien plantea que el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos requiere la coordinación entre diferentes registros semióticos y la capacidad de efectuar conversiones entre ellos. Desde este enfoque, comprender trigonometría no implica únicamente resolver ejercicios mecánicos, sino establecer conexiones significativas entre las distintas representaciones que permiten interpretar la estructura de las funciones.

Por su parte, la variable independiente, el método de enseñanza basado en el uso de la aplicación Desmos, se entiende como una estrategia didáctica que incorpora tecnología digital para favorecer la visualización dinámica y la experimentación matemática. Desmos es una herramienta que permite manipular parámetros en tiempo real y observar los efectos directos en la gráfica de una función, lo que contribuye a fortalecer la comprensión conceptual y el razonamiento funcional. Investigaciones como las de Marmolejo y Galeano (2020) señalan que las representaciones dinámicas amplifican las posibilidades de comprensión, ya que facilitan la observación de la variación continua y permiten al estudiante construir significados a partir de exploraciones autónomas.

Asimismo, Hillmayr et al. (2020) evidencian que las herramientas digitales pueden generar mejoras significativas en el rendimiento matemático, especialmente cuando se integran como complemento a una secuencia instruccional bien estructurada. Sin embargo, la literatura también advierte que la incorporación de tecnología no garantiza automáticamente mejores aprendizajes. Según Mayer (2019), la efectividad de los recursos digitales depende del diseño instruccional, la calidad de las actividades propuestas y el rol mediador del docente en la construcción del conocimiento.

En el contexto ecuatoriano, esta problemática adquiere especial relevancia. Las limitaciones tecnológicas, la variabilidad en la formación docente y las dificultades recurrentes en trigonometría evidenciadas en evaluaciones institucionales y nacionales demandan la búsqueda de metodologías innovadoras que respondan a las necesidades

reales de los estudiantes. En particular, las dificultades en trigonometría repercuten directamente en el desempeño posterior en cursos universitarios de cálculo, física y matemáticas aplicadas (Aray Andrade et al., 2020), lo que demuestra la importancia de intervenir tempranamente con estrategias pedagógicas más efectivas.

En este marco, la presente investigación tiene como propósito analizar el efecto del uso de la aplicación Desmos en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en estudiantes de segundo año de Bachillerato Técnico de la Unidad Educativa Siete de Octubre. La generación de evidencia empírica permitirá evaluar la pertinencia de incorporar herramientas digitales en el proceso de enseñanza y contribuirá a la mejora continua de las prácticas pedagógicas en el área de Matemática.

2. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS / MATERIALES Y MÉTODOS

La investigación adoptó un enfoque cuantitativo con diseño cuasiexperimental, considerando que las circunstancias institucionales impidieron la asignación aleatoria de participantes a distintos grupos y así no afectar la organización natural por paralelos ya definidos en la institución. Como señalan Creswell y Creswell (2018), este diseño metodológico es apropiado en educación porque permite estudiar intervenciones pedagógicas en condiciones reales de enseñanza.

De esta manera, se implementó el modelo clásico de grupos no equivalentes con pretest y posttest, que puede representarse como: Grupo Experimental: O_1 X O_2 y Grupo Control: O_1 O_2 , donde O_1 es la evaluación inicial, X es la intervención con Desmos, y O_2 es la evaluación final. Este diseño permitió medir no solo los hallazgos finales, sino también controlar las diferencias iniciales entre los grupos.

En este contexto, se trabajó con educandos de la Unidad Educativa Siete de Octubre en Quevedo, Ecuador, una institución que atiende principalmente a jóvenes de sectores urbano de la localidad y de ciudades aledañas con una orientación técnica. Esta característica es importante porque estos educandos suelen tener un enfoque más práctico del aprendizaje, lo que podría influir en cómo responden a diferentes estrategias pedagógicas.

La muestra final incluyó 58 educandos de segundo año de Bachillerato Técnico, con edades entre 14 y 16 años. Se los dividió en dos grupos de 29 educandos cada uno, manteniendo la organización natural de los paralelos existentes. Esto fue crucial para minimizar la disrupción del proceso educativo normal y asegurar que los hallazgos fueran aplicables a contextos reales similares.

La variable independiente fue *el método de enseñanza*, que tenía dos modalidades claramente diferenciadas. El grupo experimental recibió instrucción utilizando Desmos como herramienta complementaria, mientras que el grupo control siguió estrategias pedagógicas tradicionales basadas en pizarra, papel milimétrico y calculadora científica.

La variable dependiente, *el aprendizaje de funciones trigonométricas* se la operativizó en tres dimensiones, fundamentadas en la teoría de registros semióticos de Duval (2017): *la comprensión conceptual* (capacidad de explicar qué son las funciones

trigonométricas y sus propiedades), *la habilidad de representación gráfica* (construcción e interpretación de gráficas), y *la aplicación de transformaciones* (predicción y explicación de cambios en las funciones).

Para la aplicación se desarrollaron dos instrumentos. La prueba diagnóstica constó de diez ítems diseñados para evaluar conocimientos previos: cinco preguntas de selección múltiple sobre conceptos fundamentales (valor 1 punto cada una), tres preguntas de verdadero/falso sobre propiedades básicas (1 punto cada una) y dos preguntas de desarrollo que requerían expresión algebraica y representación gráfica (1 punto cada una).

El segundo instrumento fue fundamental para medir los aprendizajes adquiridos después de la intervención pedagógica. Con base en los principios establecidos por Swan y Burkhardt (2014) para el diseño de evaluaciones en matemáticas, se estructuró el instrumento para mediar diferentes objetivos de aprendizaje y así generar un efecto positivo tanto en la enseñanza como en el aprendizaje. El instrumento constó de diez ítems para evaluar el dominio de los objetivos de aprendizaje establecidos: cinco preguntas de selección múltiple enfocadas en transformaciones y propiedades de las funciones trigonométricas (valoradas con 2 puntos cada una), dos preguntas de verdadero/falso sobre características específicas de las funciones (2 puntos cada una) y tres preguntas de desarrollo que demandaban habilidades más complejas como graficación precisa, análisis detallado de transformaciones y modelación matemática de situaciones reales (2 puntos cada una).

Para asegurar la validez de contenido, se sometieron los instrumentos al juicio de tres expertos que cumplieran el perfil de docente de matemáticas con más de cinco años de experiencia impartiendo la asignatura de matemática en el nivel de bachillerato. Como señalan Black y Wiliam (2018), la evaluación debe considerarse una parte integral de la pedagogía, con evaluaciones formativas y sumativas diseñadas en relación una con la otra, por lo que el diseño de instrumentos de evaluación requiere atención tanto a nivel general como específico dentro de un esquema organizativo coherente. Dado que ambos instrumentos presentaban ítems con opciones de respuesta (correcta/incorrecta), la confiabilidad se evaluó mediante el coeficiente de Kuder-Richardson comúnmente abreviada como KR-20 (Hernández-Sampieri et al. 2018), obteniendo $KR-20 = 0.76$ para la prueba diagnóstica y $KR-20 = 0.80$ para la evaluación sumativa. Estos valores, según los criterios establecidos por George y Mallery (2019), se consideran buenos y garantizan consistencia interna entre ambos instrumentos para medir de manera confiable el constructo del aprendizaje de funciones trigonométricas.

La intervención se desarrolló durante cuatro semanas, con tres sesiones de 40 minutos cada una. Cada semana se enfocaba en una cuestión específica: la primera semana se dedicó a la introducción del círculo unitario y las funciones seno/coseno básicas. El grupo experimental exploró interactivamente el círculo unitario en Desmos, manipulando puntos y observando cómo se generaban las coordenadas, mientras el grupo control construía manualmente el círculo en papel milimétrico.

En la segunda semana, se abordó la graficación de las funciones seno y coseno. Los educandos del grupo experimental utilizaron Desmos para crear gráficas dinámicas y explorar características como amplitud y período mediante deslizadores interactivos.

Paralelamente, el grupo control desarrolló las mismas habilidades mediante tabulación manual y graficación punto por punto.

Durante la tercera semana, se trabajó sobre transformaciones en las funciones trigonométricas, tales como, desplazamientos, amplitud, entre otras. Aquí, Desmos mostró una de sus fortalezas más evidentes: la capacidad de manipular parámetros con deslizadores y observar cambios instantáneos. El grupo control trabajó estas transformaciones mediante un análisis algebraico sistemático y con gráficas estáticas.

La cuarta semana se dedicó al estudio de aplicaciones de dichas funciones en contextos reales, donde ambos grupos trabajaron en el modelado de fenómenos cotidianos que siguen patrones periódicos, como las variaciones de las mareas durante el día, el movimiento de un columpio o péndulo y los cambios de temperatura a lo largo de las estaciones del año. Cada grupo abordó estos problemas aplicados utilizando su metodología específica: mientras el grupo experimental aprovechó las capacidades interactivas de Desmos para visualizar y manipular estos modelos matemáticos en tiempo real, el grupo control desarrolló las mismas competencias de modelación mediante cálculos sistemáticos, construcción manual de gráficas y análisis algebraico detallado.

El procesamiento de los datos se llevó a cabo de manera sistemática, utilizando el software SPSS Statistics, versión 28. Inicialmente, se evaluaron los supuestos estadísticos de normalidad mediante la prueba de Shapiro-Wilk, recomendada especialmente para muestras pequeñas. Asimismo, se comprobó la homogeneidad de varianzas mediante la prueba de Levene, conforme a los criterios metodológicos establecidos por Pardo y Ruiz (2020).

Para comparar el rendimiento entre los grupos, se empleó la prueba t de Student para muestras independientes. Este análisis fue complementado con un ANCOVA, incorporando el puntaje del pretest como covariable para ajustar posibles discrepancias iniciales. Además, se estimó el tamaño del efecto utilizando el índice d de Cohen (1988), con el fin de valorar la relevancia práctica de las diferencias observadas.

También se implementó el análisis de ganancia normalizada de Hake (1998), especialmente diseñado para contextos educativos: $g = (\text{postest} - \text{pretest}) / (100 - \text{pretest})$. Este análisis, mejora los hallazgos de las diferencias simples porque considera el potencial de mejora de cada grupo. Hake (1998) establece que ganancias $g < 0.3$ indican efectividad baja, $0.3 \leq g < 0.7$ efectividad media, y $g \geq 0.7$ efectividad alta.

Un aspecto ético importante fue asegurar que ambos grupos recibieran instrucción de calidad equivalente, solo con estrategias pedagógicas diferentes. Al finalizar el estudio, se proporcionó acceso a Desmos y capacitación al grupo control como medida de equidad.

Por último, es importante reconocer las siguientes limitaciones en el estudio: el tiempo de intervención de cuatro semanas, podría no ser suficiente para que se manifiesten completamente las ventajas de herramientas digitales; se trabajó con grupos intactos en lugar de asignación aleatoria por operatividad y que pudo existir alguna influencia debido al efecto novedad de la tecnología en el grupo experimental.

3. RESULTADOS

El análisis de la prueba de diagnóstico confirmó que los grupos presentaban condiciones iniciales equivalentes. El grupo de referencia obtuvo una media de 4.79 sobre 10.00 puntos, mientras que grupo que fue sometido a la intervención alcanzó un promedio de 5.07 sobre 10.00 puntos. Los demás estadísticos descriptivos se detallan en la Tabla 1. La prueba t de Student indicó que esta diferencia no fue estadísticamente significativa ($t = -0.634$, $p = 0.529$), lo que respalda la validez del diseño cuasiexperimental adoptado.

Tabla 1

Estadísticas descriptivas de la evaluación de diagnóstico.

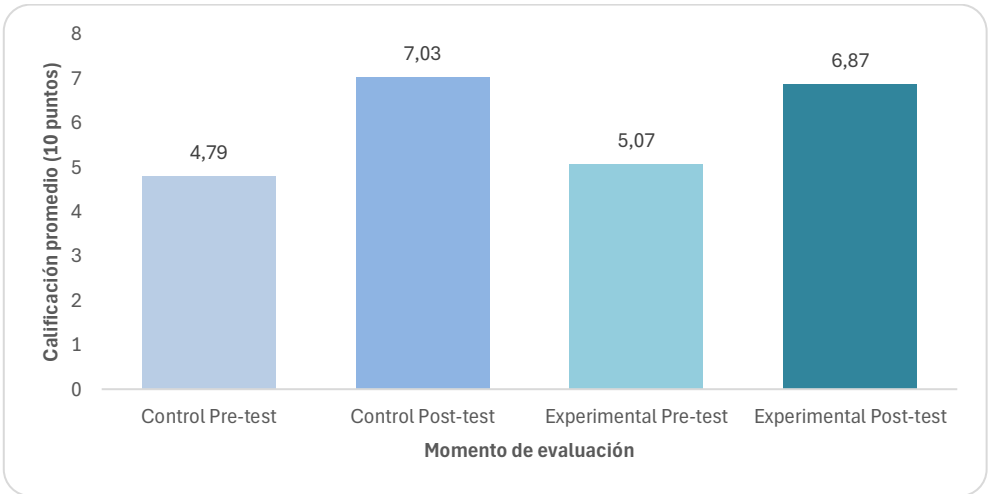
Grupo	N	Media	Desviación estándar	Error estándar	Mínimo	Máximo
Control	29	4.79	1.70	0.316	2	8
Experimental	29	5.07	1.75	0.325	2	8

Nota. Características iniciales de ambos grupos, confirmando equivalencia antes de la intervención. Fuente: autoría propia.

Las pruebas de normalidad (Shapiro-Wilk) confirmaron que ambos grupos presentaron distribuciones normales en la evaluación diagnóstica (Control: $p = 0.267$; Experimental: $p = 0.134$), cumpliendo los requisitos para aplicar pruebas paramétricas. La prueba de Levene (Pardo y Ruiz, 2020) verificó la homogeneidad de varianzas, con un $p = 0.766$ validando el uso de la prueba t de Student. Después de la intervención de cuatro semanas, ambos grupos mostraron mejoras en el aprendizaje de funciones trigonométricas. El grupo control pasó de 4.79 a 7.03, representando un incremento de 2.24 puntos. El grupo experimental de 5.07 a 6.87, con un incremento de 1.84 puntos.

Figura 1

Comparación de rendimiento pre-test vs post-test por grupo.



Nota. Mejoras en ambos grupos, pero equivalentes, después de las intervenciones. Fuente: autoría propia.

La prueba t de Student para las medias post-intervención reveló que no existe diferencia estadísticamente significativa entre los grupos ($t = 0.425$, $p = 0.672$), con un intervalo de confianza del 95 % que incluye el cero $[-0.618, 0.951]$. Este resultado indica que ambas estrategias pedagógicas fueron igualmente efectivas para promover el aprendizaje de funciones trigonométricas.

El análisis de ganancia normalizada de Hake mostró que ambos grupos alcanzaron ganancias en el rango "medio", superando el umbral de efectividad pedagógica establecido por Hake (1998).

Tabla 2

Análisis de ganancia normalizada de Hake.

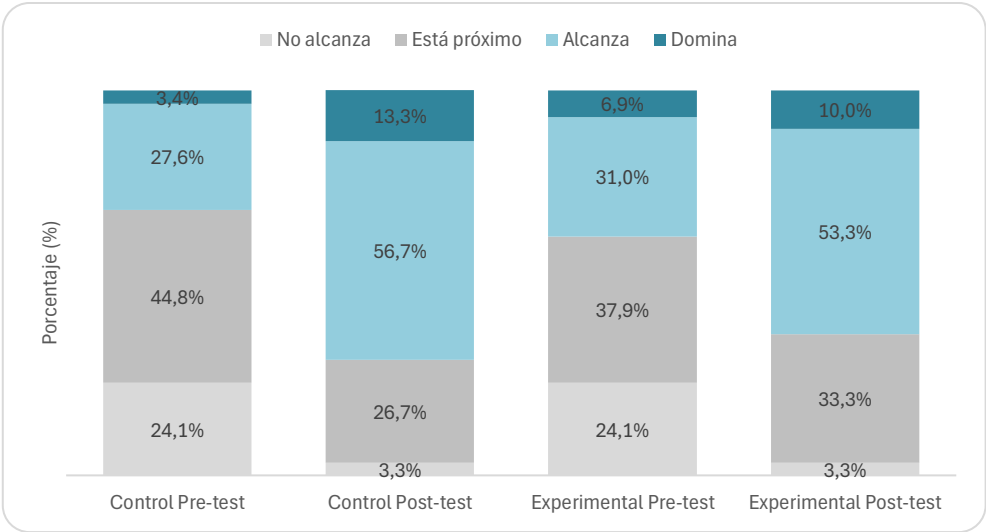
Grupo	Pre-test	Post-test	Ganancia absoluta	Ganancia normalizada	Interpretación
Control	4.79	7.03	2.24	0.43	Ganancia media
Experimental	5.07	6.87	1.80	0.37	Ganancia media

Nota. Mejoras significativas en ambos grupos, alcanzando ganancias "medias" según estándares educativos. Fuente: autoría propia.

El análisis de los hallazgos por niveles de desempeño reveló mejoras en ambos grupos. La Figura 2 ilustra estos cambios, mostrando cómo se redujo significativamente el porcentaje de educandos en el nivel "No Alcanza" (color rojo) y aumentó considerablemente la proporción en los niveles superiores.

Figura 2

Distribución de niveles de desempeño pre-test vs post-test.



Nota. Transformación positiva en los niveles de comprensión estudiantil con ambas estrategias pedagógicas. Fuente: autoría propia.

Tabla 3

Comparación de distribución por niveles - Pre vs Post.

Nivel de desempeño	Grupo Control		Grupo Experimental	
	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
Domina	3.4 %	13.3 %	6.9 %	10.0 %
Alcanza	27.6 %	56.7 %	31.0 %	53.3 %
Está próximo	44.8 %	26.7 %	37.9 %	33.3 %
No alcanza	24.1 %	3.3 %	24.1 %	3.3 %

Nota. Reducción dramática de educandos con dificultades y aumento en niveles superiores en ambos grupos. *Fuente:* autoría propia.

La reducción del nivel "No Alcanza", de aproximadamente 24 % a 3.3 % en ambos grupos, indica que ambas estrategias pedagógicas fueron exitosas en apoyar a los educandos con mayores dificultades iniciales. Simultáneamente, el incremento en los niveles "Alcanza" y "Domina" demuestra que las intervenciones promovieron el desarrollo de competencias en el estudio de las funciones trigonométricas.

El análisis diferenciado por tipo de contenido reveló patrones específicos en el rendimiento según las dimensiones evaluadas.

Tabla 4

Mejora por dimensiones del conocimiento trigonométrico.

Tipo de Contenido	Grupo Control		Mejora grupo de control	Grupo Experimental		Mejora grupo experimental
	Pre	Post		Pre	Post	
Conceptos básicos	4.48	7.33	+2.85	4.83	7.11	+2.28
Representación gráfica	4.37	6.89	+2.52	4.48	7.00	+2.52
Transformaciones	5.23	6.92	+1.69	5.56	6.67	+1.11

Nota. Diferentes tipos de contenido responden de manera distinta según la metodología utilizada. *Fuente:* autoría propia.

Los hallazgos muestran que el grupo control tuvo ventajas en conceptos básicos y transformaciones, mientras que ambos grupos fueron prácticamente equivalentes en representación gráfica. Esto sugiere que diferentes enfoques metodológicos pueden ser más efectivos para tipos específicos de contenido trigonométrico.

Las pruebas de normalidad post-intervención confirmaron que ambos grupos mantuvieron distribuciones normales (Control: $p = 0.089$; Experimental: $p = 0.181$), validando el uso de pruebas paramétricas. El análisis ANCOVA, controlando por los puntajes pre-test, confirmó que no existen diferencias significativas entre los grupos en el rendimiento post-intervención ($F = 0.181$, $p = 0.672$).

Los hallazgos estadísticos demuestran que ambas estrategias pedagógicas produjeron mejoras educativamente significativas en el aprendizaje de funciones trigonométricas, con ganancias normalizadas que superan los estándares de efectividad pedagógica establecidos por Hake (1998) en la literatura especializada.

4. DISCUSIÓN

El hallazgo central de este estudio indica que no existen diferencias estadísticamente significativas entre el uso de Desmos y los métodos tradicionales basados en pizarra, papel milimetrado y calculadora científica. Este resultado cuestiona la idea generalizada que la tecnología, por sí misma, garantiza mejores aprendizajes en matemáticas. Esto coincide con el meta análisis de Hillmayr et al. (2020), quienes concluyen que la efectividad de las herramientas digitales depende de su integración pedagógica más que de sus características tecnológicas.

La principal explicación para la equivalencia encontrada se relaciona con la calidad del diseño instruccional aplicado en ambos grupos. El Grupo Control no recibió clases magistrales pasivas, sino una secuencia didáctica cuidadosamente planificada, que incluyó la construcción manual del círculo unitario, el análisis de patrones y la reflexión conceptual. Esto coincide con los planteamientos de Mayer (2019), quien afirma que las herramientas digitales solo son efectivas dentro de marcos pedagógicos coherentes que respetan principios del aprendizaje humano.

Las ganancias normalizadas de Hake muestran una efectividad media en ambos grupos (Control: $g = 0.43$; Experimental: $g = 0.37$). Aunque el grupo tradicional obtuvo una ligera ventaja, esta no fue significativa. La construcción manual de gráficas pudo haber favorecido una comprensión más profunda al requerir procesamiento consciente de los puntos y las relaciones, lo que se alinea con la teoría de representaciones de Duval (2017).

En la dimensión de transformaciones y representación gráfica, tampoco se observaron ventajas significativas del grupo experimental, pese a que Desmos ofrece visualizaciones dinámicas. Esto sugiere que, en fases iniciales, los métodos manuales pueden apoyar mejor el desarrollo de razonamientos fundamentales. Un factor importante fue la duración limitada de la intervención. Según la teoría de carga cognitiva (Sweller, 1988), los estudiantes del grupo experimental enfrentaron una carga extrínseca inicial al adaptarse al entorno digital, lo que pudo reducir temporalmente los beneficios del uso de Desmos.

El análisis del contexto evidencia que los estudiantes del bachillerato técnico ecuatoriano poseen experiencias educativas y tecnológicas heterogéneas, lo que influye en su desempeño. No obstante, ambos métodos mostraron eficacia cuando se aplicaron dentro de marcos didácticos bien estructurados. En concordancia con Godino et al. (2019), los resultados sugieren que no es el medio (digital o manual) lo que determina el aprendizaje, sino la calidad de las tareas y la mediación docente.

5. CONCLUSIONES / CONSIDERACIONES FINALES

La investigación demostró que no existen diferencias estadísticamente significativas entre el uso de Desmos y los métodos tradicionales en el aprendizaje de

funciones trigonométricas ($p = 0.672$). Esta equivalencia evidencia que la tecnología, por sí sola, no garantiza mejores aprendizajes, y que el factor clave es la calidad del diseño instruccional que guía la experiencia educativa. Cuando ambos enfoques, digital y tradicional, se aplican mediante secuencias didácticas bien planificadas, estructuradas y alineadas a los principios del aprendizaje matemático, pueden generar niveles de logro similares.

Los hallazgos revelan que los contenidos trigonométricos no reaccionan de manera uniforme a las metodologías. Los conceptos fundamentales y las transformaciones algebraicas mostraron mejores resultados bajo métodos tradicionales que promueven el análisis paso a paso y la construcción manual. La representación gráfica, en cambio, fue igualmente fortalecida tanto por las construcciones manuales como por las visualizaciones digitales de Desmos. Esto confirma que la estrategia más efectiva no depende de la herramienta en sí, sino de su pertinencia para el tipo de contenido y los objetivos de aprendizaje específicos.

Un aporte relevante del estudio es que respalda la importancia de enfoques híbridos, donde los métodos tradicionales y las herramientas digitales se utilicen de manera complementaria. La evidencia sugiere que las instituciones educativas deberían priorizar la capacitación docente en diseño instruccional antes que la inversión exclusiva en tecnología. La efectividad del aprendizaje depende más de la coherencia pedagógica que del recurso utilizado.

En el contexto ecuatoriano, caracterizado por limitaciones tecnológicas y prácticas pedagógicas tradicionales, los resultados son especialmente significativos: demuestran que es posible alcanzar aprendizajes sólidos incluso con recursos limitados, siempre que exista una mediación docente eficaz. No obstante, las instituciones con acceso a tecnología pueden potenciar su impacto si la integran estratégicamente dentro de marcos pedagógicos sólidos.

También se identificaron limitaciones que invitan a futuras investigaciones: la duración breve de la intervención, el trabajo con grupos intactos y el posible efecto de novedad tecnológica. Frente a este panorama, se recomienda explorar intervenciones de mayor duración, estudiar el impacto diferenciado en distintos tipos de estudiantes, evaluar la retención a largo plazo y analizar secuencias óptimas de integración entre métodos tradicionales y digitales.

6. REFERENCIAS

Aray Andrade, C., Guerrero Alcívar, Y., Montenegro Palma, L., y Navarrete Ampuero, S. (2020). La superficialidad en la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato y su incidencia en el aprendizaje del cálculo en el nivel universitario. *Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales (ReHuSo)*, 5(2), 68-76. <https://doi.org/10.5281/zenodo.6812219>

Black, P., & Wiliam, D. (2018). Classroom assessment and pedagogy. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 25(6), 551-575. <https://doi.org/10.1080/0969594X.2018.1441807>

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd ed.)*. Lawrence

- Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9780203771587>
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). SAGE Publications.
- Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking -- The registers of semiotic representations*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9>
- George, D., & Mallery, P. (2019). *IBM SPSS statistics 26 step by step: A simple guide and reference* (16th ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780429056765>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 51(6), 1157-1173. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01080-2>
- Hake, R. R. (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*, 66(1), 64-74. <https://doi.org/10.1119/1.18809>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., y Baptista-Lucio, P. (2018). *Metodología de la investigación* (7ª ed.). McGraw-Hill Education.
- Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, 153, 103897. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897>
- Mayer, R. E. (2019). *Multimedia learning* (3rd ed.). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316941355>
- Pardo, A., y Ruiz, M. A. (2020). *Análisis de datos en ciencias sociales y de la salud III* (2ª ed.). Editorial Síntesis.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12(2), 257-285. https://doi.org/10.1207/s15516709cog1202_4
- Swan, M., & Burkhardt, H. (2014). Designing assessment of performance in mathematics. *Educational Designer*, 2(7), 1-41. <https://www.educationaldesigner.org/ed/volume2/issue7/article24/>